

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

3 Семестр

Раздел 1 Часть 1

1.1 Контрольная работа (к.р) - 8 Неделя

к.р-8

Вариант № 1

Решить следующие уравнения:

1) $(e^y + 2xy)dx + (e^y + x)xdy = 0$;

2) $(y^2 - 2xy)dx + x^2 dy = 0$;

3) $y \sin x + y' \cos x = 1$;

4) $2xy' - y = \ln(y')$;

5) $(x - 1)ydx - (x + 1)dy = 0$.

Решить задачи Коши:

6) $yy' + x = 1$, $y(0) = 2$;

7) $(2e^y - x)y' = 1$, $y(1) = 0$.

Код	Вид оценочного средства	Критерии	Оценка в баллах	Минимальный балл – максимальный балл
к.р-8	Контрольная работа № 1	решено [90,100]% заданий из контрольной работы	23-25	15 – 25
		решено [70,90)% заданий из контрольной работы	18-22	
		решено [60,70)% заданий из контрольной работы	15-17	
		решено [0,60)% заданий из контрольной работы	0 - 14	0 – 14

Раздел 2 Часть 2

2.1 Контрольная работа (к.р) - 16 Неделя

к.р-16

Вариант № 1

I. Найти первую и вторую вариации функционала:

$$J[y(x)] = \int_0^1 [4(y')^2 + 2y^2] dx$$

II. Найти экстремали следующих функционалов:

$$1) \quad J[y(x), z(x)] = \int_{0,5}^1 [3xyz' - 5(y')^2] dx,$$

$$y(0,5) = 1, \quad y(1) = 3, \quad z(0,5) = 5, \quad z(1) = 2;$$

$$2) \quad J[y(x)] = \int_0^2 [(y'')^2 - 5x^6] dx$$

$$y(0) = y'(0) = 1, \quad y(2) = 3, \quad y'(2) = 4.$$

III. Исследовать на слабый и сильный экстремум функционал:

$$J[y(x)] = \int_1^e [xy' - y(y')^2] dx, \quad y(1) = 1, \quad y(e) = 0.$$

IV. Найти экстремаль функционала с закрепленными концами:

$$J[y(x)] = \int_0^1 [x^2 + 3(y')^2] dx, \quad y(0) = 2, \quad y(1) = 0$$

$$\text{при условии} \quad \int_0^1 (4x + y) dx = \frac{1}{2}.$$

V. Записать уравнение Эйлера-Остроградского для функционала:

$$J[u(x, y)] = \iint_G \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 - \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - 2uf(x, y) \right] dx dy.$$

к.р-16	Контрольная работа № 2	решено [90,100]% заданий из контрольной работы	23-25	15 – 25
		решено [70,90)% заданий из контрольной работы	18-22	
		решено [60,70)% заданий из контрольной работы	15-17	

		решено [0,60)% заданий из контрольной работы	0 - 14	0 – 14
--	--	---	--------	--------

3 Семестр

Экзамен

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ по курсу «Обыкновенные дифференциальные уравнения и вариационное исчисление»

I. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ (ОДУ) ПЕРВОГО ПОРЯДКА.

1. Основные понятия для ОДУ первого порядка. Общее и частное решение. Общий и частный интеграл.
2. ОДУ первого порядка, разрешенные относительно производной. Задача Коши. Теорема существования и единственности (ТСЕ) (доказательство ТСЕ локальной ослабленной).
3. ОДУ с разделяющимися переменными. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
4. Однородные ОДУ. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
5. Линейные ОДУ первого порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
6. ОДУ в полных дифференциалах. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Интегрирующий множитель.
7. ОДУ первого порядка, неразрешенные относительно производной, но разрешенные относительно функции. Уравнения Лагранжа и Клеро.
8. ОДУ первого порядка, неразрешенные относительно производной, но разрешенные относительно переменной. ОДУ вида $F(x, y') = 0$ или $F(y, y') = 0$.
9. Особые решения ОДУ первого порядка. Огибающая семейства кривых.

II. СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ ОДУ ПЕРВОГО ПОРЯДКА.

10. Основные понятия. Задача Коши для системы линейных ОДУ (СЛОДУ) первого порядка и ее решение.
11. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для СЛОДУ первого порядка.
12. Пространство решений однородной СЛОДУ первого порядка. Теорема о его размерности. ФСР однородной СЛОДУ.
13. Фундаментальная матрица однородной СЛОДУ первого порядка и ее свойства.
14. Определитель Вронского системы вектор-функций и его свойства. Формула Лиувилля.
15. Неоднородные системы линейных ОДУ и их общие решения. Нахождение частного решения неоднородной системы линейных ОДУ методом вариации постоянной.
16. Системы линейных ОДУ над множеством комплексных чисел.
17. Теоремы о построении ФСР для однородных систем линейных ОДУ с постоянными коэффициентами (3 случая).
18. Выделение вещественных решений для однородных систем линейных ОДУ с постоянными коэффициентами.
19. Решение неоднородных систем линейных ОДУ с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения по виду неоднородности.

III. ЛИНЕЙНЫЕ ОДУ n-ого ПОРЯДКА.

20. Эквивалентность линейного ОДУ n-ого порядка и системы n уравнений первого порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для линейного ОДУ n-ого порядка.
21. Однородное линейное ОДУ n-ого порядка, его ФСР и общее решение.
22. Определитель Вронского системы функций и его свойства.
23. Неоднородные линейные ОДУ n-ого порядка и их решения.
24. Однородные линейные ОДУ n-ого порядка с постоянными коэффициентами и их ФСР (2 случая). Выделение линейно независимых вещественных решений.
25. Неоднородные линейные ОДУ n-ого порядка с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения по виду

неоднородности.

IV. НЕЛИНЕЙНЫЕ ОДУ ПЕРВОГО ПОРЯДКА.

26. Основные понятия для нелинейных ОДУ первого порядка. Задача Коши.
27. Теорема (локальная) существования и единственности решения задачи Коши для нелинейного ОДУ первого порядка.
28. Непрерывная зависимость решения задачи Коши от параметров.
29. Непрерывная зависимость решения задачи Коши от начальных данных.
30. Глобальная ТСЕ решения задачи Коши для нелинейного ОДУ первого порядка. Корректность постановки задачи Коши по Адамару.

V. ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ.

31. Основные понятия, связанные с функционалом. Примеры. Вариационные задачи.
32. Дифференцируемость функционала. Первая вариация функционала.
33. Экстремум функционала. Необходимое условие экстремума функционала с закрепленными концами.
34. Основная лемма вариационного исчисления и ее следствие.
35. Вариационная задача на экстремум функционала с закрепленными концами. Теорема. Пример.
36. Задача о брахистохроне.
37. Вариационная задача на экстремум функционала с одним закрепленным и одним свободным концом. Теорема. Пример.
38. Экстремум функционала, зависящего от вектор-функций. Теорема. Пример.
39. Экстремум функционала, зависящего от функции и ее производных порядка выше первого. Теорема. Пример.
40. Экстремум функционала, зависящего от функции многих переменных. Теорема. Пример.
41. Вариационная задача на условный экстремум. Пример.
42. Вторая вариация функционала. Необходимые условия слабого экстремума функционала с закрепленными концами.
43. Достаточные условия слабого экстремума функционала с закрепленными концами. Пример.
44. Функция Вейерштрасса. Достаточные условия сильного экстремума функционала с закрепленными концами. Пример.

В экзаменационный билет включаются 2-3 вопроса из вышеприведенного списка экзаменационных вопросов, например:

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 7

по курсу: «Обыкновенные дифференциальные уравнения»

1. ОДУ первого порядка, разрешенные относительно производной. Задача Коши. Теорема существования и единственности (ТСЕ) (доказательство ТСЕ локальной ослабленной).
2. Непрерывная зависимость решения задачи Коши от параметров.
3. Вариационная задача на экстремум функционала с одним закрепленным и одним свободным концом. Теорема. Пример.

Критерии и шкала оценки на экзамене по дисциплине

Требования к знаниям на устном экзамене	Баллы
Баллы выставляются студенту, если он глубоко усвоил материал, четко и логически стройно его излагает, умеет применять теорию при решении задач повышенного уровня сложности.	45 – 50
Баллы выставляются студенту, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.	35 – 44
Баллы выставляются студенту, если он имеет знания основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, которые, однако, не носят принципиального характера.	30 – 34
Баллы выставляются студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.	0 – 29